**Questão 1)** Verifique se as seguintes implicações lógicas seguintes são realmente válidas. Por exemplo, na letra (a) verifique se é verdade que ~p implica p → q:

1. ~p ⇒ p → q

| p | q | ~p | p → q |
| --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | V |
| V | F | F | F |
| F | V | V | V |
| F | F | V | V |

**~p ⇒ p → q** é Verdadeira

1. p Λ q ⇒ p v r

| p | q | r | p Λ q | p v r |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | V |
| V | F | V | F | V |
| V | F | F | F | V |
| F | V | V | F | V |
| F | V | F | F | F |
| F | F | V | F | V |
| F | F | F | F | F |

**p Λ q ⇒ p v r** é Verdadeira

1. (p ↔ q) ⇒ p v r

| p | q | r | p ↔ q | p v r |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | V |
| V | F | V | F | V |
| V | F | F | F | V |
| F | V | V | F | V |
| F | V | F | F | F |
| F | F | V | V | V |
| F | F | F | V | F |

**(p ↔ q) ⇒ p v r** é Falsa

1. p Λ q Λ (p →r) ⇒ q Λ r

| p | q | r | p →r | p Λ q Λ (p →r) | q Λ r |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | F | F | F |
| V | F | V | V | F | F |
| V | F | F | F | F | F |
| F | V | V | V | F | V |
| F | V | F | V | F | F |
| F | F | V | V | F | F |
| F | F | F | V | F | F |

**p Λ q Λ (p →r) ⇒ q Λ r** é Verdadeira

1. (p → r) Λ ( r→ q) ⇒ p Λ q

| p | q | r | p → r | r→ q | (p → r) Λ ( r→ q) | p Λ q |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | F | V | F | V |
| V | F | V | F | F | F | F |
| V | F | F | F | V | F | F |
| F | V | V | V | V | V | F |
| F | V | F | V | V | V | F |
| F | F | V | V | F | F | F |
| F | F | F | V | V | V | F |

**(p → r) Λ ( r→ q) ⇒ p Λ q** é Falsa

1. (p v ~q) Λ ~p ⇒ ~q

| p | q | ~p | ~q | p v ~q | (p v ~q) Λ ~p |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | V | F |
| V | F | F | V | V | F |
| F | V | V | F | F | F |
| F | F | V | V | V | V |

**(p v ~q) Λ ~p ⇒ ~q** é Verdadeira

1. (p → r) Λ p Λ ~r ⇒ q

| p | q | r | ~r | p → r | (p → r) Λ p Λ ~r |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | F | V | F |
| V | V | F | V | F | F |
| V | F | V | F | V | F |
| V | F | F | V | F | F |
| F | V | V | F | V | F |
| F | V | F | V | V | F |
| F | F | V | F | V | F |
| F | F | F | V | V | F |

**(p → r) Λ p Λ ~r ⇒ q** é Verdadeira

1. (p → r) Λ ( r→ q) Λ p ⇒ (q Λ r) v s

| p | q | r | s | p → r | r→ q | (p → r) Λ ( r→ q) Λ p | q Λ r | (q Λ r) v s |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | F | V | F | F | V |
| V | F | V | V | V | F | F | F | V |
| V | F | F | V | F | V | F | F | V |
| F | V | V | F | V | V | F | V | V |
| F | V | F | F | V | V | F | F | F |
| F | F | V | F | V | F | F | F | F |
| F | F | F | F | V | V | F | F | F |

**(p → r) Λ ( r→ q) Λ p ⇒ (q Λ r) v s** é Verdadeira

**Questão 2**) Demonstre as seguintes equivalências através de tabelas-verdade:

1. (p Λ q → r) ⇔ (p → (q → r))

| p | q | r | p Λ q | p Λ q → r | q → r | p → (q → r) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V | V | V |
| V | V | F | V | F | F | F |
| V | F | V | F | V | V | V |
| V | F | F | F | V | V | V |
| F | V | V | F | V | V | V |
| F | V | F | F | V | F | V |
| F | F | V | F | V | V | V |
| F | F | F | F | V | V | V |

**(p Λ q → r) ⇔ (p → (q → r))** é Equivalente

1. (p↔ q) ⇔(p → q) Λ (q → p)

| p | q | p↔ q | p → q | q → p | (p → q) Λ (q → p) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | V | V | V | V |
| V | F | F | F | V | F |
| F | V | F | V | F | F |
| F | F | V | V | V | V |

**(p↔ q) ⇔(p → q) Λ (q → p)** é Equivalente

1. p ↔ q ⇔(p Λ q) V (~p Λ ~q)

| p | q | ~p | ~q | p ↔ q | p Λ q | ~p Λ ~q | (p Λ q) V (~p Λ ~q) |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | V | V | F | V |
| V | F | F | V | F | F | F | F |
| F | V | V | F | F | F | F | F |
| F | F | V | V | V | F | V | V |

**p ↔ q ⇔(p Λ q) V (~p Λ ~q)** é Equivalente

**Questão 3)** É verdade que a negação da disjunção de duas proposições é equivalente à negação conjunta das mesmas, ou seja, que ~(p v q) ⇔ ~p Λ ~q ? Demonstre.

| p | q | ~p | ~q | p v q | ~(p v q) | ~p Λ ~q |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | V | F | F |
| V | F | F | V | V | F | F |
| F | V | V | F | V | F | F |
| F | F | V | V | F | V | V |

Sim, pois a conjunção é a negação da disjunção e ambas se equivalem, portanto ~(p v q) ⇔ ~p Λ ~q é verdadeira.

**Questão 4)** Mostre que a negação da negação disjunta de duas proposições é equivalente à conjunção das mesmas, ou seja, que ~(~p v ~q) ⇔ p Λ q.

| p | q | ~p | ~q | ~p v ~q | ~(~p v ~q) | p Λ q |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | F | V | V |
| V | F | F | V | V | F | F |
| F | V | V | F | V | F | F |
| F | F | V | V | V | F | F |

A negação da negação disjunta de duas proposições é equivalente à conjunção das mesmas pois como podemos ver na tabela verdade ambas possuem a mesma saída.

**Questão 5)** Mostre que a negação da negação conjunta de duas proposições é equivalente à disjunção das mesmas, ou seja, que ~(~p Λ ~q) ⇔ p v q.

| p | q | ~p | ~q | ~p Λ ~q | ~(~p Λ ~q) | p v q |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | F | V | V |
| V | F | F | V | F | V | V |
| F | V | V | F | F | V | V |
| F | F | V | V | V | F | F |

A negação da negação conjunta de duas proposições é equivalente à disjunção das mesmas pois como podemos ver na tabela verdade ambas possuem a mesma saída.

**Questão 6)** É verdade que a contrapositiva de p → q é equivalente à sua contrária?

Demonstre.

| p | q | ~p | ~q | ~q → ~p | ~p → ~q | ~q → ~p ⇔ ~p → ~q |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | V | V | V |
| V | F | F | V | F | V | F |
| F | V | V | F | V | F | F |
| F | F | V | V | V | V | V |

Não é verdade que a contrapositiva de p → q é equivalente à sua contrária, pois como podemos ver a equivalente não tem como resultado uma tautologia.  
  
  
**Questão 7)** É verdade que a recíproca da contrapositiva de p → q é equivalente à sua contrária? Demonstre.

| p | q | ~p | ~q | ~p → ~q | ~p → ~q | ~p → ~q ⇔ ~p → ~q |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V | V | F | F | V | V | V |
| V | F | F | V | V | V | V |
| F | V | V | F | F | F | V |
| F | F | V | V | V | V | V |

É verdade que a recíproca da contrapositiva de p → q é equivalente à sua contrária, pois como podemos ver a equivalente tem como resultado uma tautologia.